

سامانه بانک تستی

FlowRax

فـ لـ رـ اـ خ

Math

@Flow_KonKour



@LoPRax_KonKour



کلیک کن وبامامهمراه شو!

۱

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر $\binom{20}{3}$ است. (تعداد افراد ۲۰ نفر است، پنج مدرسه که هر کدام ۴ دانش‌آموز را به اردو آورده‌اند).

$$\binom{5}{3} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 ابتدا سه مدرسه را بعد از هر مدرسه
 انتخاب می‌کنیم یک نفر

از طرفی تعداد اعضای پیشامد مورد نظر برابر است با:

بنابراین احتمال این که سه نفر انتخاب شده برای یک تیم، دو به دو هم‌مدرسه‌ای نباشند برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{20}{3}} = \frac{1 \times 4 \times 4 \times 4}{\cancel{20} \times 19 \times 18} = \frac{4 \times 4 \times 4}{19 \times 6} = \frac{32}{57}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

توجه کنید که:

۲

$$\left. \begin{aligned} A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) &= 0 \\ P(A)P(B) &= \frac{4}{8} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

$$\left. \begin{aligned} A \cap C = \{1, 5, 7\} \Rightarrow P(A \cap C) &= \frac{3}{8} \\ P(A)P(C) &= \frac{4}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{16} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A \cap C) \neq P(A)P(C)$$

$$\left. \begin{aligned} A \cap D = \{1, 3, 5\} \Rightarrow P(A \cap D) &= \frac{3}{8} \\ P(A)P(D) &= \frac{4}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{3}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A \cap D) = P(A)P(D)$$

$$\left. \begin{aligned} A \cap E = \{5\} \Rightarrow P(A \cap E) &= \frac{1}{8} \\ P(A)P(E) &= \frac{4}{8} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A \cap E) \neq P(A)P(E)$$

بنابراین A و D مستقل از یکدیگرند، بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳

چون A و B مستقل از هم هستند، پس:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B), \quad P(A|B) = P(A), \quad P(B|A) = P(B)$$

$$\frac{P(A \cup B) + P(A)P(B)}{P(A|B) + P(B|A)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(A)P(B)}{P(A) + P(B)} = \frac{P(A) + P(B)}{P(A) + P(B)} = 1$$

بنابراین:

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

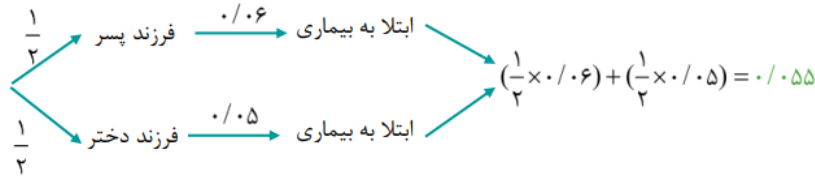
۴

چون کلاس A دو برابر کلاس B دانش‌آموز دارد، پس $\frac{2}{3}$ دانش‌آموزان از کلاس A و $\frac{1}{3}$ آن‌ها از کلاس B هستند. بنابراین احتمال اینکه دانش‌آموز انتخاب

شده معدل بالای ۱۸ داشته باشد برابر است با:

$$\frac{2}{3} \times \frac{20}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{25}{100} = \frac{13}{60}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)



(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۵

نکته: ویژگی خاصی از اعضای جامعه که بررسی و مطالعه می‌شود و از عضوی به عضو دیگر معمولاً تغییر می‌کند، متغیر نام دارد و به مقدار عددی که به آن نسبت می‌دهند، مقدار متغیر می‌گویند.
با توجه به نکته، گزینه ۲ نادرست است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۶

نکته (احتمال یک پیشامد): اگر A پیشامدی در فضای نمونه‌ای S باشد، آنگاه احتمال رخداد پیشامد A را با $P(A)$ نمایش داده و برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$n(A)$: تعداد اعضای پیشامد A

$n(S)$: تعداد اعضای فضای نمونه‌ای

در پرتاب دو تاس فضای نمونه‌ای $6 \times 6 = 36$ عضو دارد.

می‌خواهیم حاصل ضرب اعداد رو شده بر ۴ بخش‌پذیر باشد، پس باید حاصل ضرب اعداد رو شده یکی از اعداد ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۳۶ باشد.
پس پیشامد دلخواه، مجموعه زیر است:

$$A = \{(1, 4), (4, 1), (2, 2), (2, 4), (4, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$n(A) = 15, n(S) = 36 \Rightarrow P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

بنابراین:

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۸

نکته: دو پیشامد A و B از هم مستقل‌اند هرگاه وقوع هریک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد.

نکته: مستقل بودن A از B معادل است با اینکه $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

نکته: اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، احتمال اینکه دقیقاً یکی از این دو پیشامد رخ دهد را با $P[(A - B) \cup (B - A)]$ نمایش می‌دهیم و برابر است با:

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

به وضوح مشخص است که پیشامدهای راهیابی تیم ملی ایران به جام جهانی (A) و راهیابی تیم ملی هلند به جام جهانی (B) مستقل از یکدیگرند، پس با توجه به نکات، خواهیم داشت:

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A) + P(B) - 2P(A) \times P(B) = 0.8 + 0.6 - 2(0.8 \times 0.6) = 0.4 - 0.48 = 0.08$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۹

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

نکته: اگر پیشامدهای A و B مستقل از هم باشند، پیشامدهای A' و B' نیز مستقل هستند، همچنین پیشامدهای A' و B' نیز مستقل هستند.

نکته: $P(A') = 1 - P(A)$ و $A' \cap B' = (A \cup B)'$.

با توجه به فرض سؤال و نکات، دو پیشامد A' و B' مستقل از یکدیگر هستند؛ پس:

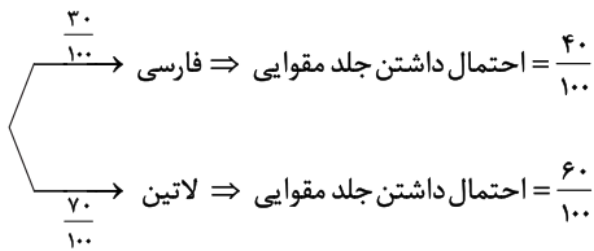
$$P(A') \times P(B') = P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

نکته: فرض کنیم در حالت کلی $A_1, A_2, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که بر روی فضای نمونه‌ای S یک افراز تشکیل داده باشند و B یک پیشامد دلخواه باشد، رابطه زیر حاصل خواهد شد که به آن قانون احتمال کل می‌گوییم:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B | A_i)$$

برحسب اینکه کتاب فارسی یا لاتین باشد، دو حالت داریم:



طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{داشتن جلد مقوایی}) = \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} + \frac{70}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{12 + 42}{100} = 0.54$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

نکته: اگر فرض کنیم در حالت کلی $A_1, A_2, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که بر روی فضای نمونه‌ای S یک افراز تشکیل داده باشند و B یک پیشامد دلخواه باشد، رابطه زیر حاصل خواهد شد که به آن قانون احتمال کل می‌گوییم:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B | A_i)$$

احتمال انتخاب کردن هر کدام از ظرف‌ها $\frac{1}{3}$ است.

اگر ظرف اول انتخاب شود، احتمال انتخاب دو مهره سیاه برابر صفر و اگر ظرف دوم انتخاب شود احتمال انتخاب دو مهره سیاه برابر یک است. اگر ظرف سوم انتخاب شود، احتمال انتخاب دو مهره سیاه برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{\frac{6 \times 5}{2}}{\frac{9 \times 8}{2}} = \frac{15}{36}$$

بنابراین طبق نکته، احتمال کل برابر است با:

$$P = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \frac{15}{36} = \frac{1}{3} + \frac{5}{36} = \frac{17}{36}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

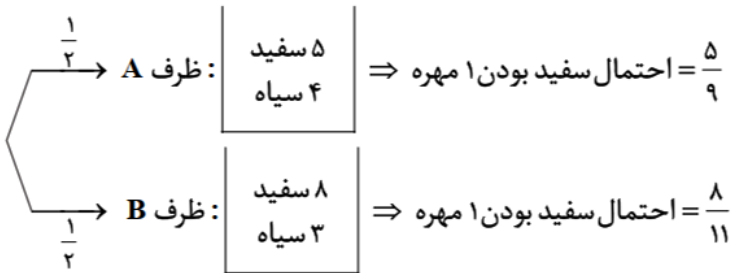
۱۲

نکته: فرض کنیم در حالت کلی $A_1, A_2, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که بر روی فضای نمونه‌ای S یک افراز تشکیل داده باشند و B یک

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

پیشامد دلخواه باشد، رابطه زیر حاصل خواهد شد که به آن قانون احتمال کل می‌گوییم:

برحسب اینکه ظرف A یا ظرف B انتخاب شود، دو حالت داریم:



$$P(\text{سفید بودن ۱ مهره نهایی}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{8}{11} = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{9} + \frac{8}{11} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{55 + 72}{99} = \frac{127}{198}$$

طبق قانون احتمال کل داریم:

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳

نکته: اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه‌ای S باشند، آنگاه:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته:

اگر احتمال اینکه این شخص ریاضی را بالای ۷۰ درصد بزند، $P(A)$ و احتمال اینکه در رشته پزشکی قبول شود، $P(B)$ باشد، داریم:

$$P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{3}{7}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{P(B \cap A)}{\frac{1}{6}} \Rightarrow P(B \cap A) = \frac{1}{14}$$

بنابراین:

حال خواسته سؤال که $P(A \cup B)$ است را به دست می‌آوریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{14} = \frac{14 + 21 - 6}{84} = \frac{29}{84}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

نکته: برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ، همواره تساوی زیر برقرار است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

نکته: مستقل بودن A از B معادل است با اینکه: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

نکته: اگر A و B دو پیشامد ناتهی و مستقل از هم باشند، آنگاه پیشامدهای A, B, A', B' نیز مستقل هستند. با فرض $P(A) = x$ و $P(B) = y$ ، داریم:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - x, \quad P(B') = 1 - P(B) = 1 - y$$

با توجه به فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} 3P(A) = P(B') \Rightarrow 3x = 1 - y \Rightarrow 3x + y = 1 \\ P(A') = 2P(B) \Rightarrow 1 - x = 2y \Rightarrow x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{5}, y = \frac{2}{5}$$

بنابراین: $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(B') = \frac{3}{5}$

چون A و B' دو پیشامد مستقل هستند، بنابراین: $P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B')$. اکنون خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{5} \times \frac{3}{5}\right) = \frac{4}{5} - \frac{3}{25} = \frac{17}{25}$$

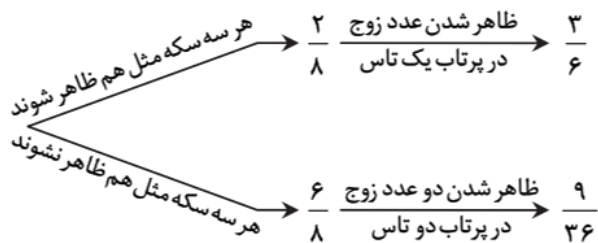
بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

نکته: اگر $A_1, A_2, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که بر روی فضای نمونه‌ای S یک افراز تشکیل داده باشند و B یک پیشامد دلخواه باشد، رابطه زیر حاصل خواهد شد که به آن قانون احتمال کل می‌گوییم:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B | A_i)$$

با استفاده از نمودار درختی و قانون احتمال کل داریم:



پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{2}{8} \times \frac{3}{6} + \frac{6}{8} \times \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$$

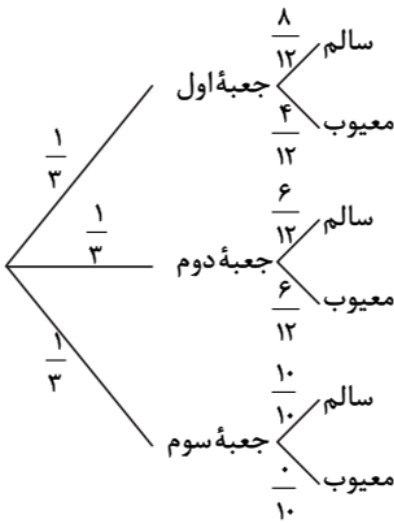
بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

نکته: اگر فرض کنیم در حالت کلی $A_1, A_2, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که بر روی فضای نمونه‌ای S یک افراز تشکیل داده‌اند و B یک پیشامد دلخواه باشد، داریم:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B | A_i)$$

برای حل سؤالات احتمال کل بهتر است از نمودار درختی کمک بگیریم:



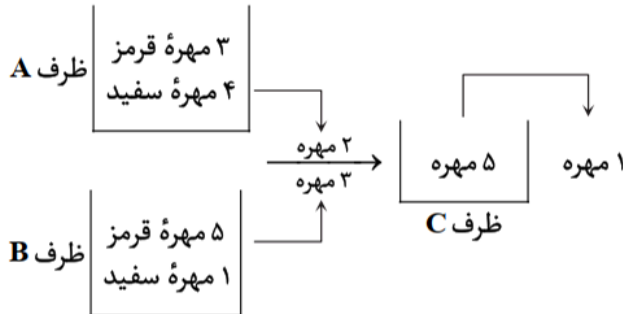
$$\text{احتمال سالم بودن} = \frac{1}{3} \left(\frac{8}{12} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{6}{12} \right) + \frac{1}{3} (1) = \frac{1}{3} \left(\frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{6}{6} \right) = \frac{13}{18}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

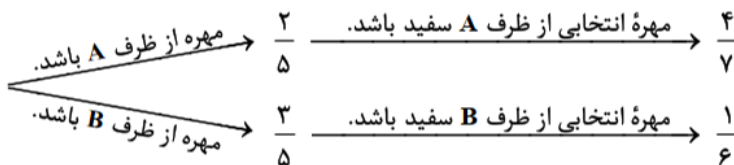
نکته: اگر فرض کنیم در حالت کلی $A_1, A_2, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که بر روی فضای نمونه‌ای S یک افراز تشکیل داده باشند و B یک پیشامد دلخواه باشد، رابطه زیر حاصل خواهد شد که به آن قانون احتمال کل می‌گوییم:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i) P(B | A_i)$$

با توجه به معلومات مسئله داریم:



$\frac{2}{5}$ مهره‌های ظرف C از ظرف A و $\frac{3}{5}$ مهره‌های آن از ظرف B انتخاب شده‌اند. پس داریم:



پس طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{سفیدبودن}) = \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{8}{35} + \frac{1}{10} = \frac{16}{70} + \frac{7}{70} = \frac{23}{70}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۸

نکته: تعداد راه‌های انتخاب (بدون ترتیب) I' شیء از بین n شیء متمایز برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

نکته: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

تعداد اعضای فضای نمونه برابر تعداد راه‌های انتخاب ۲ دانش‌آموز از بین ۱۰ دانش‌آموز است که برابر است با:

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

تعداد اعضای پیشامد مطلوب برابر مجموع تعداد راه‌های انتخاب ۲ دانش‌آموز از ۶ دانش‌آموز کلاس «الف» و تعداد راه‌های انتخاب ۲ دانش‌آموز از ۴ دانش‌آموز کلاس «ب» است که برابر است با: آزمون وی ای پی

$$n(A) = \binom{6}{2} + \binom{4}{2} = \frac{6!}{2!4!} + \frac{4!}{2!2!} = \frac{6 \times 5}{2} + \frac{4 \times 3}{2} = 15 + 6 = 21$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۹

فرض می‌کنیم $P(B) = x$ پس $P(A) = 2x$ است. در ضمن چون A و B مستقل‌اند، پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) \rightarrow \frac{5}{8} = 2x + x - 2x^2 \rightarrow 16x^2 - 24x + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

چون $x = P(B)$ و احتمال نمی‌تواند بیشتر از ۱ باشد، پس $x = \frac{1}{4}$ است و در نتیجه $P(A) = 2x = \frac{1}{2}$ است.

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۰

چون برداشت مهره‌ها بدون رؤیت انجام شده است، فرض می‌کنیم مهره‌ها هنوز درون ظرف هستند و احتمال آنکه مهره‌های اول و دوم و سوم آبی باشند را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{7}{11} \times \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{7}{33}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۱

چون برداشت مهره‌ها بدون رؤیت انجام شده است، فرض می‌کنیم مهره‌ها هنوز درون ظرف هستند و احتمال آنکه مهره‌های اول و دوم و سوم آبی باشند را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{7}{11} \times \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{7}{33}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۲

پاسخ تشریحی

از آن جایی که می‌دانیم مهره سفید نیست، پس با محدود کردن فضای نمونه‌ای، باید احتمال سیاه‌بودن مهره در انتخاب از میان ۴ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز را حساب کنیم.

$$P(A) = \frac{\binom{4}{1}}{\binom{4+2}{1}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۳

پاسخ تشریحی

گام اول: اعداد طبیعی تک‌رقمی $B = \{1, 2, \dots, 9\}$ هستند که ۵ عضو آن فرد و ۴ عضو آن زوج است.

گام دوم: برای راحتی و کاهش محاسبات، از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

حاصل ضرب دو عدد انتخابی فرد باشد: پیشامد A'

گام سوم: احتمال پیشامد A' را حساب می‌کنیم.

انتخاب دو عدد از ۵ عضو فرد B

$$P(A') = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{\frac{5 \times 4}{2}}{\frac{9 \times 8}{2}} = \frac{5}{18}$$

انتخاب دو عدد از ۹ عضو B

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

گام چهارم: حال احتمال پیشامد A را به دست می‌آوریم:

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۴

پاسخ تشریحی

گام اول: فضای نمونه‌ای، انتخاب ۳ مهره از $3 + 4 = 7$ مهره است، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $\binom{7}{3}$ است.

گام دوم: برای این که دقیقاً دو مهره هم‌رنگ باشند، دو حالت وجود دارد: یا دو مهره آبی و یک مهره قرمز است که تعداد حالت‌های آن

$$\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \text{ می‌باشد یا دو مهره قرمز و یک مهره آبی است که تعداد حالت‌ها } \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} \text{ است.}$$

گام سوم: پس احتمال آن که دقیقاً دو مهره هم‌رنگ باشند برابر است با:

یک مهره آبی دو مهره قرمز یک مهره قرمز دو مهره آبی

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{3}{2} \binom{4}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{\frac{4 \times 3}{2} \times 3 + 3 \times 4}{\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3! \times 4!}} = \frac{18 + 12}{35} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۵

پاسخ تشریحی گام اول: برای هر تاس ۶ حالت وجود دارد، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای در پرتاب دو تاس $n(S) = 6 \times 6 = 36$ است. گام دوم: پیشامد آن که مجموع دو تاس ۷ باشد را A می‌نامیم و اعضای آن را می‌نویسیم.

$$A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

گام سوم: پیشامد آن که هر دو تاس زوج باشند را B می‌نامیم. در این پیشامد برای تاس اول ۳ حالت و برای تاس دوم نیز ۳ حالت وجود دارد، پس طبق اصل ضرب $n(B) = 3 \times 3 = 9$ می‌شود.

گام چهارم: چون پیشامدهای A و B هیچ عضو مشترکی ندارند، پس $n(A \cap B) = 0$ است.

گام پنجم: از آن جایی که در صورت سؤال گفته شده مجموع دو تاس ۷ یا هر دو زوج باشند، پس باید احتمال پیشامد $A \cup B$ را حساب کنیم. تعداد اعضای این پیشامد برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 6 + 9 - 0 = 15$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

گام ششم: $P(A \cup B)$ را حساب می‌کنیم:

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۶

پاسخ تشریحی گام اول: مجموع دو تاس یکی از اعداد ۲ تا ۱۲ است که در بین این اعداد فقط ۴ و ۹ مربع کامل هستند، پس مجموع دو تاس باید یکی از این دو عدد باشد.

گام دوم: اگر مجموع دو تاس برابر ۴ باشد، حداقل یکی از اعداد رو شده باید جذر ۴ باشد، یعنی ۲؛ پس اعداد رو شده $(2,2)$ هستند.

گام سوم: اگر مجموع دو تاس برابر ۹ باشد، حداقل یکی از اعداد رو شده باید جذر ۹ باشد، یعنی ۳؛ پس اعداد رو شده $(3,6)$ و $(6,3)$ می‌توانند باشند.

گام چهارم: طبق گام‌های دوم و سوم، پیشامد مطلوب $A = \{(2,2), (3,6), (6,3)\}$ است.

گام پنجم: فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس $n(S) = 6 \times 6 = 36$ حالت دارد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

گام ششم: احتمال مطلوب برابر است با:

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۷

پاسخ تشریحی گام اول: $P(A' \cap B') = 0/6$ است، در نتیجه:

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 0/6 \Rightarrow P(A \cup B) = 0/4 \quad (1)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/3 \quad (2)$$

گام دوم: $P(A - B) = 0/3$ است، پس:

گام سوم: $P(A \cup B)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\underbrace{P(A \cup B)}_{(1): 0/4} = P(B) + \underbrace{P(A) - P(A \cap B)}_{(2): 0/3} \Rightarrow 0/4 = P(B) + 0/3 \Rightarrow P(B) = 0/1$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۸

پاسخ تشریحی

گام اول: پیشامدها را به صورت زیر تعریف می کنیم.

A = اتومبیل دچار نقص فنی نشود.

B = به خط پایان برسد.

گام دوم: طبق صورت سؤال $P(A \cap B) = ۰/۸$ و $P(A) = ۰/۹$ است.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{۰/۸}{۰/۹} = \frac{۸}{۹}$$

گام سوم: خواسته سؤال $P(B|A)$ است.

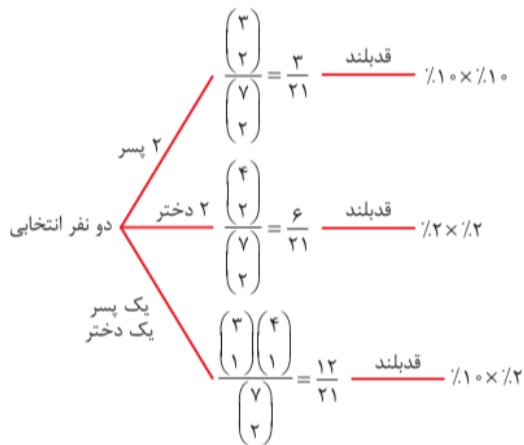
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۹

پاسخ تشریحی

گام اول: از نمودار درختی استفاده می کنیم. ابتدا باید دو نفر از ۷ نفر را انتخاب کنیم و سپس احتمال آن که قد آن‌ها بالای

۱۸۰ سانتی متر باشد را در آن ضرب کنیم.



گام دوم: طبق نمودار درختی احتمال قد بلند بودن هر دو فرد انتخابی برابر است با:

$$\frac{3}{21} \times \frac{10}{100} \times \frac{10}{100} + \frac{6}{21} \times \frac{2}{100} \times \frac{2}{100} + \frac{12}{21} \times \frac{10}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{۵۶۴}{۲۱۰۰۰۰} \approx ۰/۰۰۲۷ = ۰/۲۷ \text{ درصد}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۰

پاسخ تشریحی

گام اول: فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس، $6 \times 6 = 36$ عضو دارد.گام دوم: برای این که معادله $ax^2 - bx + 1 = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، باید دلتایش منفی شود:

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4a < 0 \Rightarrow b^2 < 4a$$

تاس اول ↑
تاس دوم ↓

گام سوم: حالا یک جدول به شکل زیر رسم می‌کنیم و حالاتی که در آن $b^2 < 4a$ است را در آن مشخص می‌کنیم:

		تاس اول					
		۱	۲	۳	۴	۵	۶
تاس دوم	۱	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	۲		✓	✓	✓	✓	✓
	۳			✓	✓	✓	✓
	۴					✓	✓
	۵						
	۶						

گام چهارم: با توجه به جدول بالا، واضح است که ۱۷ حالت مطلوب داریم، پس جواب برابر $\frac{17}{36}$ می‌شود.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۱

پاسخ تشریحی

گام اول: احتمال رخ دادن پیشامد A برابر $\frac{1}{6}$ و احتمال رخ دادن پیشامد B برابر $\frac{1}{3}$ است، پس:

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(B) = \frac{1}{3}$$

گام دوم: احتمال این که هیچ کدام از دو پیشامد رخ ندهند، برابر $\frac{1}{24}$ است، پس:

$$P(A' \cap B') = \frac{1}{24} \Rightarrow 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{24} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{23}{24}$$

گام سوم: حالا داریم:

$$P(A \cup B) = \frac{23}{24} \Rightarrow \overbrace{P(A)}^{\frac{1}{6}} + \overbrace{P(B)}^{\frac{1}{3}} - P(A \cap B) = \frac{23}{24} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

گام چهارم: در آخر احتمال رخ دادن B به شرط رخ دادن A را می‌خواهیم:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{6}} = \frac{3}{4}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

گام اول: اگر تهرانی‌ها را با T ، شیرازی‌ها را با SH و رشتی‌ها را با R نشان دهیم، طبق سؤال رابطه $T = 2SH = 3R$ برقرار است. با فرض $x = 6$ ، مقادیر SH و R به ترتیب $3x$ و $2x$ به دست می‌آیند. پس تعداد کل افراد $11x = 6x + 3x + 2x$ می‌شود؛ در نتیجه:

$$P(T) = \frac{6x}{11x} = \frac{6}{11}, \quad P(SH) = \frac{3x}{11x} = \frac{3}{11}, \quad P(R) = \frac{2x}{11x} = \frac{2}{11}$$

ک.م.م. ۳، ۲، ۱۱

گام دوم: با استفاده از نمودار درختی احتمال مورد نظر را حساب می‌کنیم.

$$\text{احتمال انتخاب زن} \left\{ \begin{array}{l} \frac{60}{100} \text{ زن باشد} \quad \frac{6}{11} \text{ تهرانی باشد} \\ \frac{50}{100} \text{ زن باشد} \quad \frac{3}{11} \text{ شیرازی باشد} \\ \frac{20}{100} \text{ زن باشد} \quad \frac{2}{11} \text{ رشتی باشد} \end{array} \right.$$

$$P(\text{انتخاب زن}) = \frac{6}{11} \times \frac{60}{100} + \frac{3}{11} \times \frac{50}{100} + \frac{2}{11} \times \frac{20}{100} = \frac{36}{110} + \frac{15}{110} + \frac{4}{110} = \frac{55}{110} = \frac{1}{2}$$

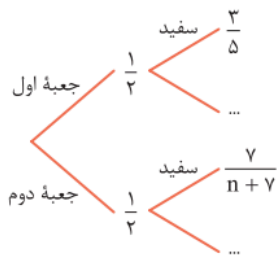
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

گام اول: در جعبه اول ۶ مهره سفید و ۴ مهره دیگر داریم، پس احتمال انتخاب یک مهره سفید از این جعبه برابر $\frac{3}{5} = \frac{6}{6+4}$ است.

گام دوم: در جعبه دوم ۷ مهره سفید و ۱۱ مهره دیگر داریم، پس احتمال انتخاب یک مهره سفید از این جعبه برابر $\frac{7}{n+7}$ است.

گام سوم: حالا دو جعبه داریم، پس احتمال انتخاب هر کدام از جعبه‌ها هم $\frac{1}{2}$ است.

گام چهارم: با رسم نمودار درختی داریم:



با توجه به نمودار درختی رسم‌شده، اگر به تصادف از یکی از جعبه‌ها یک مهره خارج کنیم، احتمال سفیدبودن مهره برابر $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{n+7}$ است.

است. از طرفی طبق گفته سؤال، این مقدار برابر $\frac{8}{15}$ است، پس:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{n+7} = \frac{8}{15} \xrightarrow{\times 2} \frac{3}{5} + \frac{7}{n+7} = \frac{16}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{(3n+21)+35}{5(n+7)} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{3n+56}{n+7} = \frac{16}{3} \Rightarrow 9n+168 = 16n+112$$

$$\Rightarrow 56 = 7n \Rightarrow n = 8$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۴

پاسخ تشریحی

گام اول: فرض می‌کنیم A پیشامد این باشد که دوندۀ به درستی از مانعی پرش کرده باشد و B پیشامد این باشد که از مانع قبلی نیز به درستی پرش کرده باشد، در این صورت: احتمال پرش از یک مانع به شرط آن که از مانع قبلی به درستی پریده باشد:

$$P(A|B) = \frac{18}{19}$$

$$P(A) = P(B) = 0.95$$

احتمال پرش از یک مانع به درستی:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{18}{19} = \frac{P(A \cap B)}{0.95} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{18}{19} \times \frac{95}{100} = 0.9$$

گام دوم: از $P(A|B)$ استفاده می‌کنیم:

$P(A \cap B)$ به این معنی است که دوندۀ از هر دو مانع متوالی به درستی پرش کرده باشد.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۵

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا تعداد کل فضای نمونه را مشخص می‌کنیم که تعداد کل اعداد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام باشد:

$$n(S) = \frac{5}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} = 100$$

صفر نمی‌تواند باشد.

گام دوم: پیشامد A، حالت‌هایی است که رقم ۹ بعد از ۵ بیاید. ۳ حالت خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} ۱) \frac{1}{\{5\}} \times \frac{1}{\{9\}} \times \frac{4}{1} = 4 \\ ۲) \frac{1}{\{5\}} \times \frac{4}{1} \times \frac{1}{\{9\}} = 4 \Rightarrow n(A) = 4 + 4 + 3 = 11 \\ ۳) \frac{3}{1} \times \frac{1}{\{5\}} \times \frac{1}{\{9\}} = 3 \\ \text{صفر نمی‌تواند باشد.} \end{array} \right.$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{100}$$

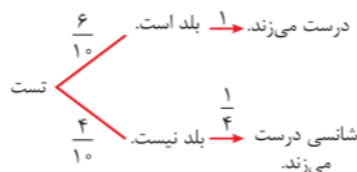
گام سوم: احتمال خواسته‌شده برابر است با:

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۶

پاسخ تشریحی

گام اول: نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



گام دوم: باید احتمال این را به دست آوریم که فقط دومی را درست می‌زند؛ پس حتماً اولی را اشتباه می‌زند.

$$P(\text{دومی درست و اولی اشتباه}) = \left(\frac{4}{10} \times \frac{3}{4} \right) \times \left(\frac{6}{10} \times 1 + \frac{4}{10} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = 0.21$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۷

اگر تاس مضرب ۳ باشد، یک سکه پرتاب می‌شود. تاس دو حالت (۳ یا ۶) و سکه نیز دو حالت (رو یا پشت) دارد.

$$\frac{2}{\text{تاس}} \times \frac{2}{\text{سکه}} = 4$$

اگر تاس مضرب ۳ نباشد، دو سکه پرتاب می‌شود.

$$\frac{4}{\text{تاس}} \times \frac{2}{\text{سکه اول}} \times \frac{2}{\text{سکه دوم}} = 16$$

بنابراین فضای نمونه‌ای $20 = 4 + 16$ عضو دارد.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۸

تعداد حالاتی که همایون و سهراب کنار یکدیگر هستند برابر است با: $7! \times 2!$

بنابراین:

$$P(A) = 1 - \frac{7!2!}{8!} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۹

م ل ی ت ← تعداد کل حالات $n(s) = 4! = 24$

اگر حرف آخر نقطه نداشته باشد یعنی می‌تواند "ی"، "ل" و "م" باشد.

$$n(A) = \underset{\text{ی}}{3} \times \underset{\text{ل}}{1} \times \underset{\text{م}}{2} \times 3 = 18$$

حال به سراغ خواسته سوال می‌رویم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۰

اگر پیشامد مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۸ ظاهر شود را B بنامیم و پیشامد هر دو تاس زوج ظاهر شود را A، به دنبال $P(A|B)$ هستیم. از طرفی:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$B = \{(3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

همین‌طور:

$$A \cap B = \{(4, 6), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$P(A|B) = 0.3$$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۱

متغیرهایی که نوعی ترتیب طبیعی دارند، کیفی ترتیبی هستند.

(۱) مراحل تحصیل (مثلاً کارشناسی ارشد)

(۲) مقام در مسابقه (مثلاً رتبه ۲۳)

(۳) وضع آلودگی هوا (پاک، سالم، ناسالم برای گروه‌های حساس، خطرناک)

بررسی سایر موارد:

رشته شیمی، داده کیفی اسمی است.

عدد ۱۶۰ برای شاخص آلودگی هوا، عدد ۵ برای ظرفیت خودرو، عدد ۱۵۰۰ برای جرم خودرو و عدد ۹/۵ لیتر برای میزان مصرف

بنزین، داده‌های کمی هستند.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** فضای نمونه جدید را براساس پیشامد رخ داده می‌نویسیم. مجموع دو عدد رو شده در پرتاب دو تاس، عددی بین ۲ و ۱۲ است، پس حالت‌هایی قابل قبول است که مجموع دو عدد رو شده ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ باشد. اگر این پیشامد را B بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (1,4), (2,3), (3,2), (4,1), (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), (5,6), (6,5)\}$$

$$n(B) = 15$$

گام دوم: اگر پیشامد آن‌که هر دو عدد رو شده اول باشند را A بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$A \cap B = \{(2,3), (3,2), (2,5), (5,2)\}$$

$$n(A \cap B) = 4$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{15}$$

گام سوم: با توجه به فرمول احتمال شرطی داریم:

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۳

برای اینکه حداکثر ۳ دانش‌آموز ریاضی انتخاب شوند، بهتر است احتمال اینکه هر ۴ دانش‌آموز ریاضی باشند را حساب کنیم و از ۱ کم کنیم:

$$\frac{\binom{6}{4}}{\binom{14}{4}} = \frac{\frac{6 \times 5}{2}}{\frac{14 \times 13 \times 12 \times 11}{4 \times 3 \times 2}} = \frac{3 \times 5}{7 \times 13 \times 11} = \frac{15}{1001} \Rightarrow 1 - \frac{15}{1001} = \frac{986}{1001}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

$$n(S) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 240$$

اعداد پنج رقمی که با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ساخته می‌شوند همگی مضرب ۳ هستند (جمع ارقامشان ۱۵ است). در اعداد چهار رقمی فقط با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ می‌توانیم $1 \times 2 \times 3 \times 4$ عدد مضرب ۳ بسازیم. پس:

$$n(A) = \underbrace{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}_{\text{همه ۵ رقمی‌ها با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵}} + \underbrace{4 \times 3 \times 2 \times 1}_{\text{۴ رقمی‌ها با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵}} = 144$$

$$\frac{144 \div 24}{240 \div 24} = \frac{6}{10}$$

و احتمال می‌شود:

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

$$\binom{2}{2} \times \binom{4}{2} \times 3! = 72$$

$$\binom{4}{4} \times 4! = 24$$

پس در مجموع ۹۶ حالت داریم.

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

۴۶

احتمال مجموع فرد در دو تاس $\frac{1}{4}$ است.

احتمال فرد بودن تعداد روها در ۳ سکه (یعنی ۱ یا ۳ رو) هم $\frac{1}{4}$ است؛ پس:

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۴۷

بنابراین:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\binom{5}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^5}{\binom{5}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6} = 2$$

(دیاژ ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 0/15 \Rightarrow P(A \cup B) = 0/15$$

۴۸

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) = 0/15 + 0/2 = 1/10$$

$$\begin{cases} P(A) \times P(B) = \frac{1}{5} \\ P(A) + P(B) = \frac{21}{20} \end{cases}$$

پس داریم:

یعنی $P(A)$ و $P(B)$ ریشه‌های معادله $x^2 - \frac{21}{20}x + \frac{1}{5} = 0$ هستند:

$$(x - \frac{1}{4})(x - \frac{4}{5}) = 0 \xrightarrow{P(A') > P(A)} P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{4}{5}$$

(دیاژ ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۴۹

نکته (احتمال یک پیشامد): اگر A پیشامدی در فضای نمونه‌ای S باشد، آنگاه احتمال رخداد پیشامد A را با $P(A)$ نمایش داده و برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

 $n(A)$: تعداد اعضای پیشامد A $n(S)$: تعداد اعضای فضای نمونه‌ایدر پرتاب دو تاس فضای نمونه‌ای $6 \times 6 = 36$ عضو دارد.

می‌خواهیم حاصل ضرب اعداد روشده بر ۴ بخش‌پذیر باشد، پس باید حاصل ضرب اعداد روشده یکی از اعداد ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۳۶ باشد. پس پیشامد دلخواه، مجموعه زیر است:

$$A = \{(1, 4), (4, 1), (2, 2), (2, 4), (4, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$n(A) = 15, n(S) = 36 \Rightarrow P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

بنابراین:

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۰

نکته: دو پیشامد A و B از هم مستقل‌اند هرگاه وقوع هریک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد.نکته: مستقل بودن A از B معادل است با اینکه $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.نکته: اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، احتمال اینکه دقیقاً یکی از این دو پیشامد رخ دهد را با $P[(A - B) \cup (B - A)]$ نمایش می‌دهیم و برابر است با:

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

به وضوح مشخص است که پیشامدهای راهیابی تیم ملی ایران به جام جهانی (A) و راهیابی تیم ملی هلند به جام جهانی (B) مستقل از یکدیگرند، پس با توجه به نکات، خواهیم داشت:

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A) + P(B) - 2P(A) \times P(B) = 0/8 + 0/6 - 2(0/8 \times 0/6) = 1/4 - 0/96 = 0/44$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۱

A و B دو پیشامد مستقل هستند، پس $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

بنابراین:

$$P(A \cup B) + P(A) \cdot P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(A) \cdot P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) = 0.6 = \frac{3}{5}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۲

نکته ۱: در یک آزمایش تصادفی، مجموعه همه نتایج ممکن را «فضای نمونه‌ای» می‌نامیم.

نکته ۲: هر زیرمجموعه از فضای نمونه‌ای را یک «پیشامد» می‌نامیم.

نکته ۳: احتمال پیشامد A در فضای نمونه‌ای S برابر است با: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

فضای نمونه‌ای عبارت است از:

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (6, 5), (6, 6)\}$$

پیشامد «۳ بودن اختلاف اعداد روشده» عبارت است از:

$$A = \{(1, 4), (4, 1), (2, 5), (5, 2), (6, 3), (3, 6)\}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۳

اگر یکان عدد ۰ باشد:

$$\frac{\text{حالت ۸}}{\text{به جز یکان و دهگان}} \times \frac{\text{حالت ۹}}{\text{به جز یکان}} \times \frac{1}{0} = 72$$

اگر یکان عدد ۵ باشد:

$$\frac{\text{حالت ۸}}{\text{به جز ۰ و یکان}} \times \frac{\text{حالت ۸}}{\text{به جز یکان و صدگان}} \times \frac{1}{5} = 64$$

$$72 + 64 = 136$$

بنابراین تعداد این اعداد برابر است با:

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۴

ابتدا کلاس سومی‌ها را می‌نشانیم و جواب ۶! است. سپس ۴ کلاس اولی را در بین آن‌ها جا می‌دهیم و داریم:

$$6! \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 7! \times 120$$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۵

$$\begin{cases} P(n, 4) = \frac{n!}{(n-4)!} \\ C(n-1, 4) = \frac{(n-1)!}{(n-5)!4!} \end{cases} \Rightarrow \frac{n!}{(n-4)!} = 36 \times \frac{(n-1)!}{4!(n-5)!} \Rightarrow \frac{n}{n-4} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

$$2n = 3n - 12 \Rightarrow n = 12$$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۶

توجه کنید که:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{3}} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\frac{1}{6}}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

بنابراین:

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

$$\frac{40}{100} \times \frac{60}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{36}{100}$$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۱۰, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۳۰, ۳۷

$$\frac{10 + 23 + 24 + 25 + 26 + 30 + 37}{7} = \frac{175}{7} = 25$$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۵۷

بنابر قانون احتمال کل، احتمال پیشامد موردنظر برابر است با:

۵۸

داده‌ها را بدون در نظر گرفتن x مرتب می‌کنیم:

میانه داده‌های بالا برابر ۲۵ است و میانگین آن‌ها هم ۲۵ است:

بنابراین اگر $x = 25$ ، میانه و میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند.

